Capítulo 1

La estructura lógica en la ciencia de Euclides

Los *Elementos* de Euclides comienzan su primer libro con una serie de proposiciones que se dividen en dos clases: unas son definiciones —del punto, de la línea— en las cuales no se afirma nada de la cosa, sino que se la presenta, o expone, o explicita. Las otras son proposiciones que afirman con carácter de verdad necesaria ciertos comportamientos de esas cosas definidas, *una vez que están ya definidas.* Euclides las llama κοιναὶ ἔννοιαι (*koinaì énnoiai*), lo que podríamos traducir diciendo "noticias comunes"; Aristóteles las llamaba *axiomas.* Euclides agrega tres que llama "postulados", de que no vamos a ocuparnos porque no interesan a nuestro tema. En los libros siguientes aparecen más definiciones, y en alguno, nuevos axiomas[1]. El famoso "postulado" de las

[1] «Este estudio no se propone estudiar a Euclides como hecho histórico individual, sino solo lo que su método tiene de representativo y de permanente influencia hasta Descartes (en la enseñanza de algunos países —por ejemplo, en Inglaterra— ha continuado siendo texto escolar), aunque el tema resultaría mucho más sugestivo de lo que acaso pueda suponerse. Euclides pertenece a la primera generación floreciente después de la muerte de Aristóteles; por tanto, a aquella en que el estoicismo nace. Lo cual no es decir que Euclides fuera estoico (había sido educado en la Academia), sino que, tanto el estoicismo como su obra, brotan en el mismo ámbito de vigencias históricas. El término κοιναὶ ἔννοιαι lo revela. En Aristóteles, es ἔννοιαι un vago vocablo que no ha cristalizado aún en término, y significa la idea o noción informal que se tiene de algo, indiferente a que sea o no verdadera. En Euclides, como en Zenón, significa "conocimiento verdadero" que se da espontáneamente en todo hombre, y cuya verdad, por tanto, no necesita prueba, sino que es origen de demostraciones posibles. Con el adjetivo κοιναὶ forma un término importantísimo de la doctrina estoica, donde "comunes" suple "a todos los hombres". En Aristóteles, ese adjetivo tiene dos sentidos muy distintos; uno, ese mismo; otro, proposiciones comunes a varias ciencias. De este segundo sentido me ocupo luego. La dispersión de las definiciones por los diferentes libros, la colocación entre las definiciones del famoso "postulado", la diferencia de sentido entre los cinco primeros axiomas y los restantes, y no pocas otras cosas, producen la impresión de que la obra de Euclides, prototipo del pensamiento exacto durante tantos siglos, es obra, no obstante, que revela ya cierta degeneración en la pureza metódica y supone otras obras anteriores mucho más perfiladas en la exposición. Además, es sabido que nuestro texto euclidiano contiene añadidos y padece acaso amputaciones que en él fueron practicados hasta Theon de Alejandría, viviente en el siglo IV d. C; es, pues, un texto fatigado por la corriente de seis siglos». (Nota de Ortega)

> paralelas no va entre los postulados, sino que constituye la última definición (número 23 en unos textos, 25 en otros y 35 en el que ha servido hasta hace poco de texto escolar). (OC VIII / IX § 13 p. 123 / 985)

Este capítulo está dedicado al estudio de parte del libro póstumo de Ortega:

La idea de principio en Leibniz y la evolución de la teoría deductiva. En *Obras completas tomo VIII*, Madrid : Revista de Occidente, 1965, pp. 61–323.

La idea de principio en Leibniz y la evolución de la teoría deductiva. En *Obras completas tomo IX*, Madrid : Taurus, 2009, pp. 929–1163.

Según los editores de la *Obras completas* en Revista de Occidente, Ortega escribió este libro «casi en su totalidad, en Lisboa, en la primavera y comienzo del verano de 1947. Proyectaba terminarlo en el otoño y darlo a la imprenta seguidamente».

Las citas las haré así: OC VIII / IX § n, p. xx / yy. El número de parágrafo es común a ambas ediciones; “xx” = página de la edición de Revista de Occidente; “yy” = página de la edición de Taurus.

1.1. El primer libro de los *Elementos*

Me apoyaré en las siguientes ediciones:

- J. L. Heiberg y H. Menge: *Euclidis Opera omnia, vols. I-IV.* Leipzig : Teubner, 1883-1886.[2]
- E. S. Stamatis: *Euclidis Elementa, vols. I-IV.* Leipzig : Teubner, 1969-73.[3]
- Christianus Herlinus y Konrad Dasypodius: *Analyseis geometricae sex librorum Euclidis.* Estrasburgo : impreso por Iosias Rihelius en 1566.[4]

[2] La editorial Teubner lo publicó entre 1883 y 1886. Son 9 volúmenes en Octavo [sin precisar centímetros]. Los volúmenes 1 a 5 contienen propiamente los *Euclidis Elementa.* Vol. 6: Euclidis Data cum commentario Marini et scholiis antiquis / edidit Henricus Menge. Vol. 7: Euclidis Optica, opticorum recensio Theonis, catoptrica cum scholiis antiquis / edidit J.L. Heiberg. Vol. 8: Euclidis Phaenomena et scripta musica / ed. Henricus Menge Fragmenta / collegit et disposuit J.L. Heiberg. Vol. 9: Suppl Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii ex interpretatione Gherardi Cremonensis in codice Cracoviensi 569 servata / edidit Maximilianus Curtze. De esta edición he encontrado: un ejemplar en papel, libros 1, 2, 3, 4 y 5, según información de la propia Biblioteca, en la Universidad de Barcelona; hay un ejemplar en papel de los nueve volúmenes en la Biblioteca del CSIC “Tomás Navarro Tomás”. Quizá todos esos ejemplares provengan de la Biblioteca del Instituto de Filosofía “Luis Vives”, creado el 10 de febrero de 1940 en Madrid; la sección de Historia de la Filosofía Española se creó el 20 de octubre de 1947 en Barcelona. De los de la Biblioteca “Tomás Navarro Tomás” no cabe la menor duda; de los de la Universidad de Barcelona, no estoy seguro. Pero si tengo razón, antes de 1940 no había ningún ejemplar *público* de los volúmenes de *Euclidis Opera Omnia*, porque la Biblioteca Nacional de España solo tiene los volúmenes sobre óptica y música, VII y VIII.
Agradezco a la Subdirectora de la Biblioteca de Filosofía de la UCM la ayuda que me ha prestado para fijar los hechos anteriores.

[3] Revisión de la edición de Heiberg. La existente en el *Thesaurus linguae graecae*, TLG.

- Euclides: *Elementos, libros I-IV*. Trad. de M.ª Luisa Puertas Castaño. Madrid : Gredos, 2000.

Si se abre el libro primero de los *Elementos* y se hojea un poco despacio, sucede lo mismo que cuando se hojea un buen manual de cualquier disciplina científica: nos encontramos con un texto formado por una colección de enunciados. No suele haber espacio para otro lenguaje que no sea el que Aristóteles llamó *lógos apophantikós*, desde luego que no en el caso del libro primero de los *Elementos*.

El libro primero de los *Elementos* está formado por los siguientes enunciados:

1. Definiciones: 23
2. Postulados: 5
3. Nociones comunes: 5 (Heiberg deja fuera: 4, 5, 6 y 9. En Stamatis, 9)[5]
4. Proposiciones acompañadas de una demostración: 48
    - 4.1 Problemas: 14. Son las proposiciones: 1, 2, 3, 9, 10, 11, 12, 22, 23, 31, 42, 44, 45, 46.
    - 4.2 Teoremas: 34. Corresponden a las proposiciones: 4, 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 47 y 48.[6]

Así que, siguiendo esta primera impresión, el libro primero de los *Elementos* es una *teoría* formada por 81 enunciados. Dos rasgos sobresalen en las 48 proposiciones que van acompañadas de una demostración: que son establecidas, se entiende, su verdad, mediante una *deducción*; y que en el curso de esas deducciones se invoca alguno de los 33 primeros enunciados, esto es, alguna definición, algún postulado o alguna noción común, o alguna de las 48 proposiciones acompañadas de una demostración, esto es, algún problema o algún teorema.

Pasemos ya al análisis que Ortega hace de la «estructura lógica» del libro primero de los *Elementos*.

1.2. El análisis de Ortega

1.3. ¿Qué es un principio?

En el § 2 estudia Ortega qué se puede entender por «principio» en una teoría lógicamente ordenada.

---

[4] Agradezco a la Bayerische Staatsbibliothek München que me hiciera llegar una copia de cada una de las páginas digitalizadas de este libro.

[5] Ver notas 19 y 20, pp. 200–201, de la trad. de Puertas Castaño.

[6] Christianus Herlinus y Konrad Dasypodius: *Analyseis geometricae sex librorum Euclidis*. Estrasburgo : impreso por Iosias Rihelius en 1566. Luis Vega: “Introducción general a Euclides: Elementos, Libros I-IV”. Madrid : Gredos, 2000. Página 65.

La estructura lógica en la ciencia de Euclides

> Por su noción abstracta, "principio" es aquello que en un orden dado se halla antes que otro. Si A se halla antes que B, decimos que B sigue a A y que A antecede o precede a B. Cuando el orden es rectilíneo, mas no infinito, de cada dos elementos podemos decir que el uno es precedente o principio del otro, el cual es el siguiente o consecuente. Pero en el orden lineal finito habrá un elemento que no tiene precedente o principio. De ese elemento son todos los demás consecuentes. Será, pues, principio en sentido radical o absoluto dentro del orden, será primer principio. Los elementos que preceden a los que les siguen, pero que a su vez son precedidos por otros, pueden ser llamados "principios relativos" dentro del orden. Al pronto se juzgará que solo el "principio absoluto" es, en rigor, principio. Pero adviértase que la noción abstracta de principio rechaza esa suposición, puesto que su nota es "hallarse antes que otro". *Lo constitutivo del principio es, pues, que le siga algo, y no que no le preceda nada.* De este modo la noción de principio vale lo mismo para el absoluto que para el relativo, y vale además para órdenes que no son de tipo rectilíneo finito; por ejemplo: para un orden rectilíneo infinito en el cual no hay primer elemento, o para un orden circular en cada elemento es también antes que otro, pero es indiferentemente primero, intermedio y último. (OC VIII / IX § 2, p. 66 / 933–934. Las cursivas son mías)

Añadamos algunas precisiones a los conceptos que maneja Ortega. Con "orden" se refiere Ortega a una relación. Y se suele definir una relación de orden así:

- Una relación R definida en un conjunto A es de orden si, y solo si, es reflexiva, asimétrica[7] y transitiva.
- Dados dos elementos de A, x e y, si se cumple que o bien xRy o bien yRx; es decir, si cualesquiera dos elementos de A son comparables mediante R, entonces el orden es total o lineal. Por ejemplo, la relación igual o menor que ($\leq$) definida en el conjunto de los números naturales proporciona un orden lineal, que tiene principio pero no final: es la serie de los números naturales. Mientras que aplicada a los racionales proporciona un orden lineal sin principio ni final.
- Hay que observar que la relación de ser menor, por ejemplo, definida en el conjunto de los números naturales, permite comparar dos números cualesquiera: por ejemplo el 3 y el 2456, de los que podemos establecer cuál es menor.

Pero Ortega quiere ir a otra parte: al uso del término *principio* en epistemología, cuando se intenta establecer qué es una teoría. Por ejemplo, la Geometría es una ciencia de la que se afirma que es una teoría. Pero si nos atenemos a la doctrina expresa en cualquier libro de Geometría, por ejemplo, en el primer libro de los *Elementos* de Euclides, lo que ahí podemos leer son enunciados algunos de los cuales van acompañados de una demostración.

Todas las proposiciones de ese primer libro de los *Elementos* se pueden agrupar en dos subconjuntos disjuntos, a saber: el formado por las definiciones, postulados y nociones

[7] El DRAE no recoge "antisimétrico" y sí "asimétrico" como carente de simetría.

comunes es uno. Lo llamaré P. P está formado por 33 enunciados; otro es el formado por todos los demás enunciados, los 48 restantes. Cada uno de estos últimos tiene un rasgo característico que permite la definición por comprensión del conjunto del que forma parte: tiene una demostración adjunta. Corrientemente decimos que cada enunciado de este segundo conjunto está demostrado. Llamaré a este conjunto C.

Decir que una proposición está demostrada, que hay una demostración de una proposición, significa que la proposición en que la demostración concluye es verdadera. Así la demostración de la proposición 1 acaba en la proposición: «el triángulo ABC es equilátero y ha sido construido sobre la recta finita dada AB». En el curso de la demostración se invocan: la definición de círculo (definición 15), la noción común 1, y la definición de triángulo equilátero (definición 20). Estas tres proposiciones son miembros del primer conjunto P formado por las 23 definiciones, los 5 postulados y las 5 nociones comunes. Ninguna de las proposiciones de este conjunto queda establecida por demostración. Pero es claro que en la deducción correspondiente a la proposición 1 las tres proposiciones mencionadas: las definiciones 15 y 20 y la noción común 1, *son tomadas por verdaderas.* Son ὑποθέσεις en el sentido de Platón.

Veamos en detalle la demostración de esta proposición.

1.3.1. La Proposición 1 del libro I de los *Elementos*

1. Enunciado del problema: «Construir un triángulo equilátero sobre una recta finita dada»

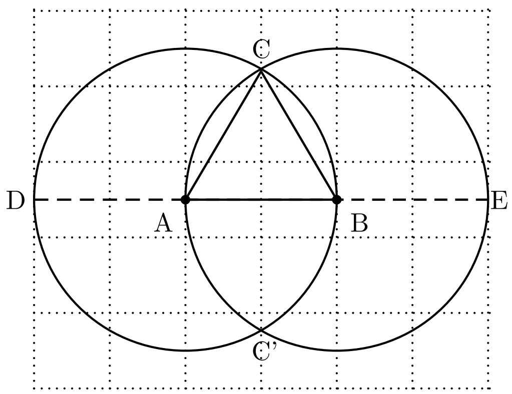

Figura 1.1: Triángulo equilátero

2. Datos:

   1 Sea AB la recta finita dada

   2 Descríbase [dibújese] con centro en A y con radio AB el círculo BCD por postulado 3

3 Descríbase [dibújese] con centro en B y con radio BA el círculo ACE por postulado 3

4 Trácense las rectas CA y CB por postulado 1

3. Razonamiento:

5 Puesto que el punto A es el centro del círculo BCD, $AB = AC$ por definición 15

6 Y puesto que el punto B es el centro del círculo ACE, $BA = BC$ por definición 15

7 Dado que $AB = BA$, [sustituyendo BA por AB] $AB = AC$ y $AB = BC$

8 Si $AB = AC$ y $AB = BC$ y cosas iguales a una tercera son iguales entre sí [noción común 1], entonces $AC = BC$

9 Por tanto, $AB = AC = BC$, que son los lados del triángulo ABC

10 En conclusión: el triángulo ABC es equilátero y ha sido construido sobre la recta finita AB.

Si nos preguntamos si esta demostración podría concluir correctamente si se prescinde, por ejemplo, de la invocación de la definición 15, nos tendremos que contestar: *no.* Porque entonces la afirmación de que los segmentos AB y AC son iguales carecería de *fundamento o razón.*

1.3.2. Principio en un orden lógico

> De la noción abstracta avancemos hacia una de sus formas concretas. Veamos, por ejemplo, qué significa "principio" en el orden *tradicionalmente* llamado "lógico". En el sentido tradicional, el orden lógico está constituido por una multiplicidad de proposiciones verdaderas y falsas[8]. Para simplificar, dejemos estas últimas y quedémonos solo con las verdaderas. Forman las proposiciones verdaderas un conjunto ordenado. El orden radica en el carácter de verdad que las proposiciones exhiben. En vista de él quedan ordenadas de modo que la una sigue a la otra, solo que aquí el "seguir" se concreta un poco más: es seguir la verdad de la una a la verdad de la otra. Aquélla es el principio de la verdad de esta, y esta es la consecuencia de aquella. Nuestro idioma, muy refinadamente, reflexiva en este caso el "seguir", y dice que una proposición —es decir, su verdad— se sigue de la otra. De este modo, en regreso, llegamos a una altura en que aparecen *no una, sino varias proposiciones* que no se siguen las unas de las otras, ni se siguen tampoco de ninguna antecedente de ellas, que son, pues, entre sí independientes y no tienen precedente o principio. Son ellas principios de todas las demás. Son, pues, principios absolutos. (OC VIII / IX § 2, p. 66 / 934)

[8] No entiendo esta frase. ¿Proposiciones falsas? Orden lógico, a lo sumo, se da entre las proposiciones de una teoría, y no conozco ninguna teoría que incluya proposiciones falsas. El orden lógico no es algo que flote en el aire; es una relación entre proposiciones. Tampoco las proposiciones andan por ahí, están siempre formando parte de teorías.

¿Qué es un principio?

Ortega se refiere, en ese párrafo, a las relaciones que entre los enunciados de ambos conjuntos (P y C) se dan. Los enunciados demostrados lo son al cabo de una deducción. En la deducción hay tres tipos de expresiones: 1.º, aquellas que son un dato o resultado de una construcción. Por ejemplo, en la Proposición 1, como hemos visto, hay 4 proposiciones iniciales: la primera es un dato y las tres restantes son resultado de una construcción; 2.º, aquellas que son mención de una proposición "externa" a la demostración. Por ejemplo, en la Proposición 5, se hace mención de la definición 15, definición del círculo, si bien en la forma de razón o justificación de la línea que contiene la igualdad de dos radios del círculo trazado. Cabe hacer explícita la definición en una línea y transformarla mediante una regla de inferencia —aplicada a esa línea y a la línea en que se exprese que AC y AB son radios del mismo círculo— en otra nueva expresión; 3.º, expresiones que son resultado de aplicar una regla de inferencia a algunas expresiones anteriores. Así en la proposición 7 se aplica la regla de sustitución.

Ortega concibe la relación entre la definición 15 y la Proposición 5 como una relación de fundamentación: la definición 15 es fundamento de la verdad de la Proposición 5:

> Cuando decimos que una proposición es principio de otra, podríamos variar la expresión, sin que ello variase la noción, diciendo que la una es *fundamento* de la verdad de la otra, y que esta está fundada en aquella. También podemos decir, en lugar de "principio" o de "fundamento", *razón.* El principio de la verdad de la proposición B es la razón A. El orden lógico está articulado en el "juego" de *razón* y *consecuencia.* (OC VIII / IX § 2, p. 67 / 935)

Antes de avanzar en la exposición de las ideas de Ortega, he de señalar lo que de exageración pueda tener la concepción anterior. En la Proposición 1 tenemos:

1. La línea 1 de la deducción es un dato. La verdad del enunciado «sea AB el segmento rectilíneo dado» no tiene fundamento ni en los principios ni en otro enunciado del que se infiriera. Pero si se supone que no es verdadera, por ejemplo que AB no es un segmento rectilíneo, entonces ni las construcciones (líneas 2, 3 y 4) son posibles —AB no podría ser radio de un círculo— ni tampoco el resto de la deducción. Tenemos, pues, un enunciado que es *un dato* y que dentro de la Proposición 1 y su demostración funciona como una verdad necesaria sin ser ni principio ni consecuencia.

2. Las líneas 2, 3 y 4 son *otros tantos datos*, pero de naturaleza distinta del dato de la línea 1. Mientras que este es absoluto, introducido por la formulación misma del problema, los datos contenidos en las líneas 2, 3 y 4 son obtenidos al construir, al dibujar dos círculos siguiendo en cada caso el postulado 3, que dice que siempre se puede dibujar un círculo si se tiene un punto que funciona como centro y un radio, y al unir dos puntos mediante una recta (línea 4), según el postulado 1 que dice que siempre se pueden unir dos puntos con una recta.

3. La línea 5 da expresión al hecho de que tanto B como C son dos puntos de la circunferencia que limita el círculo de centro en A y radio AB. Por tanto, según la definición 15, los segmentos AB y AC han de ser iguales.

4. Es verdad que es la definición 15, la definición de círculo, la que hace verdadero el enunciado $AB = AC$.

5. También es verdad que si quitamos la línea 5, la deducción no puede continuar.

6. Pero la línea 5 es deudora también de la construcción realizada en la línea 2. Gracias a dicha construcción, B y C son puntos de la circunferencia que limita el círculo cuyo centro es el punto A y cuyo radio es el segmento rectilíneo AB.

7. Así pues, la línea 5 no tiene su fundamento únicamente en la definición 15 (principio en el sentido de Ortega) sino también en la línea 2, un dato establecido por construcción.

La distinción entre fundamento o razón y consecuencia lleva a Ortega a distinguir entre dos tipos de verdad: 1.º, el tipo de verdad que corresponde a cada una de las 48 Proposiciones del libro I que forman parte de C: verdad por demostración, verdad deducida; 2.º, el tipo que corresponde a cada uno de los 33 enunciados de P: verdad *pero no por demostración.*

> la simple inspección del orden lógico en su totalidad descubre que en él el carácter denominado "verdad" tiene un doble valor, y por lo mismo se hace equívoco. *Dentro* del "*corpus*" lógico, toda proposición es verdadera, porque tiene su "razón" o su "prueba", la cual es otra proposición. De modo que "ser verdad", "ser consecuencia" y "ser probado" son lo mismo. Pero en el extremo de la serie nos encontramos con proposiciones —los "primeros principios"— que no son a su vez "consecuencias", que no son "probados", que no tienen "razón". ¿Qué significa esto? Sin duda, una de estas dos cosas: o que son verdad en un sentido distinto del hasta ahora fijado, o que no son verdad. (OC VIII / IX § 2, p. 68 / 935–936)

Si los enunciados del conjunto P se consideran verdaderos *per se* entonces hay que

> hacer notar que esta doctrina de los "primeros principios" como "verdades *per se notae* o evidentes", implica la convicción —que es la tradicional— de que los primeros principios tienen que ser de suyo, y sin más, verdad, porque se considera que son ellos quienes tienen que transmitir o insuflar verdad en toda la serie de sus consecuencias. ¿De dónde, si no, podían estas extraer ese don que las hace verdaderas? (OC VIII / IX § 2, p. 68–69 / 936)

Con estas frases describe Ortega lo que considera la posición de Aristóteles en los *Analíticos segundos.*

El conjunto P incluye distintos tipos de enunciados: todas las definiciones (23), todos los postulados (5) y todas las nociones comunes (5). Si asimilamos los postulados a las nociones comunes, entonces tenemos que P está formado por definiciones y axiomas. Ortega se propone estudiar por separado las definiciones y los axiomas.

1.4. Las definiciones en el primer libro de los *Elementos*

Me parece necesario tener presente el enunciado de cada una de las 23 definiciones del texto de Euclides. El texto griego que doy es el de Stamatis, que he cotejado con el Heiberg. Las traducciones corresponden a la traducción de M.ª Luisa Puertas Castaño.

1,HOP.1.1 Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.
Un punto es lo que no tiene partes.
1,HOP.2.1 Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.
Una línea es una longitud sin anchura.
1,HOP.3.1 Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.
Los extremos de una línea son puntos.
1,HOP.4.1 Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.
Una línea recta es aquella que yace por igual respecto de los puntos que están en ella. Heiberg: *Recta linea est, quaecunque ex aequo punctis* in ea sitis iacet.
1,HOP.5.1 Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.
Una superficie es lo que solo tienen longitud y anchura.
1,HOP.6.1 Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.
Los extremos de una superficie son líneas.
1,HOP.7.1 Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.
Una superficie plana es aquella que yace por igual respecto de las líneas que están en ella.
1,HOP.8.1 Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.
Un ángulo plano es la inclinación mutua de dos líneas que se encuentran una a otra en un plano y no están en línea recta.
1,HOP.9.1 Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.
Cuando las líneas que comprenden el ángulo son rectas el ángulo se llama rectilíneo.
1,HOP.10.1 Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.
Cuando una recta levantada sobre otra recta forma ángulos adyacentes iguales entre sí, cada uno de los ángulos iguales es recto y la recta levantada se llama perpendicular a aquella sobre la que está.
1,HOP.11.1 Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.
Ángulo obtuso es el (ángulo) mayor que un recto.
1,HOP.12.1 Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.
Ángulo agudo es el (ángulo) menor que un recto.
1,HOP.13.1 Ὅρος ἐστίν, ὅ τινός ἐστι πέρας.
Un límite es aquello que es extremo de algo. Heiberg: *Terminus est, quod alicuius rei extremum est.*

1,HOP.14.1 Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.
Una figura es lo contenido por uno o varios límites. Heiberg: *Figura est, quod aliquo uel aliquibus terminis comprehenditur.*
1,HOP.15.1 Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἣ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
Un círculo es una figura plana comprendida por una línea [que se llama circunferencia] tal que todas las rectas que caen sobre ella desde un punto de los que están dentro de la figura son iguales entre sí. Heiberg: *Circulus est figura plana una linea comprehensa, ad quam quae ab uno puncto intra figuram posito educuntur rectae omnes aequales sunt.*
1,HOP.16.1 Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.
Y el punto se llama centro del círculo.[9]
1,HOP.17.1 Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.
Diámetro del círculo es una recta cualquiera trazada a través del centro y limitada en ambos sentidos por la circunferencia del círculo, recta que también divide el círculo en dos partes iguales.
1,HOP.18.1 Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.
Un semicírculo es la figura comprendida entre el diámetro y la circunferencia por él cortada. Y el centro del semicírculo es el mismo que el del círculo.
1,HOP.19.1 Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.
Figuras rectilíneas son las comprendidas por rectas, triláteras las comprendidas por tres, cuadriláteras las comprendidas por cuatro, multiláteras las comprendidas por más de cuatro rectas.
1,HOP.20.1 Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.
De entre las figuras triláteras, triángulo equilátero es la que tiene los tres lados iguales, isósceles la que tiene solo dos lados iguales, y escaleno la que tiene los tres lados desiguales.
1,HOP.21.1 Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.
Además, de entre las figuras triláteras, triángulo rectángulo es la que tiene un ángulo recto, obtusángulo la que tiene un ángulo obtuso, acutángulo la que tiene los tres ángulos agudos.

[9] No me parece una definición, si acaso debería formar parte de la anterior.

1,HOP.22.1 Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.
De entre las figuras cuadriláteras, cuadrado es la que es equilátera y rectangular, rectángulo la que es rectangular pero no equilátera, rombo la que es equilátera pero no rectangular, romboide la que tiene los ángulos y lados opuestos iguales entre sí, pero no es equilátera ni rectangular; y llámense trapecios las demás figuras cuadriláteras.
1,HOP.23.1 Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.
Son rectas paralelas las que estando en el mismo plano y siendo prolongadas indefinidamente en ambos sentidos, no se encuentran una a otra en ninguno de ellos.

Volvamos a Ortega. Copio un texto algo largo que se comenta solo:

> La teoría deductiva necesita de dos clases de principios; una que nos define las cosas elementales de que se componen todas las cosas de que vamos a tratar, otra que nos define las relaciones en que esas cosas pueden estar. Estas relaciones se reducen a tres: ser iguales las cosas, ser una mayor que otra y la recíproca o ser esta menor que aquella.
>
> Las definiciones consisten en dar nombres a los componentes de cada cosa elemental. Esos componentes *no son*, a su vez, definidos, sino que tenemos que verlos en la intuición, y el nombre actúa como mero indicador imperativo para que lo busquemos en la intuición. Que la cosa elemental —punto, línea, recta, ángulo— esté adecuadamente definida, esto es, que la cosa quede descompuesta en sus componentes efectivos, no nos es garantizado por nada. Que esos componentes, tal y como nos aparecen en la intuición, sean algo preciso, inequívoco, tampoco nos es garantizado. La definición, pues, al crear un término, esto es, un concepto definido, preciso, no nos garantiza —ella como tal definición— la precisión de aquel, sino que nos consigna a la precisión doblemente irresponsable de la intuición. Digo “doblemente” porque ni la intuición responde de que los componentes sean los acertados, ni de lo que sea *precisamente* cada componente. (OC VIII / IX, § 14, p. 128 / 989)

Hasta la definición 10, en la que se define una recta perpendicular a otra y el ángulo recto, no hay relaciones entre elementos. La idea aquí es partir de *dos rectas que se corten.* Dos rectas son perpendiculares cuando al cortarse forman ángulos rectos; y ángulo recto es el formado por rectas perpendiculares. La definición 11 ya entra plenamente en el terreno de las relaciones: ángulo obtuso es el mayor que un recto.

De la definición 1 a la 9 encontramos, por orden: definición de punto; de línea; la definición 3 señala o destaca puntos por pares: los extremos de un segmento de línea;